Universidad Tecnológica Nacional: Facultad Regional Santa Fe

**Trabajo Práctico N°1:**

Análisis de Señales de Electroencefalograma en Epilepsia.

**Carrera**: Ingeniería en Sistemas de Información

**Cátedra**: Análisis Numérico

**Comisión**: 3A

**Año**: 2025

**Profesores**: Pablo Alejandro Kler, Luis Bianculli, Nicolás Franck

**Integrantes**:

* Exequiel Farías – exequiel.farias.99@gmail.com
* Juan Diego Paduli – paduli.18@gmail.com
* Yamil Arturo Rafart – yamilrafart@hotmail.com
* Bautista Bagnarol Audicio – baubagnarol@gmail.com
* Diego Fernando Danelone – dr.danelone@gmail.com

Índice

[**Introducción 4**](#_ye5gxwy2w1mo)

[**¿Qué es un acelerograma? 4**](#_36cvh5fzyzoh)

[Gráficos de las señales 4](#_f6icmkwa2cva)

[**a. Serie discreta de Fourier y transformada discreta de Fourier 5**](#_zgwu2ni16ky)

[Coeficientes de la serie discreta de Fourier 5](#_ouu9hvw0gek)

[Transformada discreta de Fourier 6](#_9i3gxyg2t98i)

[**b. Suavizado de las señales 8**](#_8gjnv67phudw)

[**c. Frecuencias más afectadas 11**](#_7ht7ewyg0wqf)

[**d. Frecuencia más acelerada 13**](#_o28dysucbghk)

[Primera solución: sumar las TFDs 14](#_suyflge2buvs)

[Segunda solución: sumar las señales 14](#_rn1v40xhn3cz)

[Por teorema de la convolución 15](#_z9jtniycdzfe)

[**e. Ubicación de terremoto 3 16**](#_iywnfi374ezp)

[**Bibliografía 18**](#_vpjzr91uvyzx)

# 

# Introducción

Este informe se corresponde al trabajo práctico número 1 de la cátedra de Análisis Numérico. Explicaremos la información recibida, el análisis que hemos realizado sobre esta información, para finalmente exponer las respuestas a las que hemos arribado, conforme las consignas plateadas.

En cuánto a las herramientas utilizadas para ello, utilizamos como fuente de información el libro de cabecera de la cátedra (Oppenhein), y como principal herramienta Python, empleando distintas librerías, las cuales serán especificadas a lo largo del informe. Además, trataremos de proporcionar la base teórica que fundamenta las implementaciones, con la finalidad de lograr una explicación detallada de las mismas.

En este trabajo empleamos los datos provenientes de tres lecturas de encefalogramas, correspondientes a distintas fases de la epilepsia (sano, interictal y convulsión), a los que les aplicaremos métodos matemáticos adecuados que nos permitirán llevar la información dada en el dominio del tiempo, al dominio de la frecuencia, para así tener información valiosa y poder responder a los incisos requeridos.

# Investigación y detalle de las frecuencias características en la epilepsia. Definiciones.

En primer lugar, conviene dejar en claro dos conceptos fundamentales, previo al análisis matemático de la información.

Así las cosas, definiremos el cuadro clínico patológico denominado epilepsia. Según la Organización Panamericana de la Salud, “la epilepsia es un trastorno crónico no transmisible del cerebro, que afecta a personas de todas las edades en todo el mundo, y se caracteriza por la predisposición crónica a generar crisis epilépticas o convulsiones de forma provocada”. Y ahondando en sus causas, sigue: “las crisis epilépticas resultan de una **actividad eléctrica anómala** en el cerebro y pueden clasificarse en convulsivas y no convulsivas”.

Para obtener la información de la actividad eléctrica cerebral, se utiliza un aparato especial denominado electroencefalograma. Con él, se obtiene el registro de la actividad eléctrica cerebral, mediante la colocación de electrodos de superficies en el cuero cabelludo e impresos en un papel en movimiento, cuando se trata de un aparato convencional, o en un monitor, cuando de trata de un aparato digital.

El informe obtenido por un electroencefalograma, comunmente llamado EEG, contiene información relevante, y visualmente, se representa de manera ondulante. Estas ondas en el EEG se clasifican de acuerdo a su frecuencia, en bandas:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Banda** | **Rango [Hz]** | **Estado típico** | **Características** |
| Delta | 0.5 – 4 | Sueño profundo o coma / crisis | Muy presente en convulsiones |
| Theta | 4 – 8 | Somnolencia / Interictal | Incremento en disfunción cortical |
| Alpha | 8 – 13 | Relajación / Estado sano | Marcado en pacientes sanos |
| Beta | 13 – 30 | Actividad mental activa | Aumenta en interictal, disminuye en crisis |
| Gamma | 30 – 50 | Procesamiento cognitivo complejo | Suele disminuir durante la convulsión |

El cerebro opera con una pequeña cantidad de electricidad, igual que una computadora. A diferencia de ésta, funciona con una electricidad que no permanece en una frecuencia fija. A veces la Corriente eléctrica cerebral vibra con rapdiez -20 veces por segundo o más-. Otras veces vibra muy despacio, una vez por segundo o menos. Estas vibraciones son los ciclos o Hertz, y dividen el espectro de la frecuencia cerebral en segmentos diferentes, conforme la tabla de arriba.

Diagrama, Esquemático

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

En la representación gráfica, en el eje de las abscisas (eje horizontal) representamos el tiempo, mientras que en el eje vertical (la ordeanda) representamos la amplitud de la señal.

## Gráficos de las señales

Para poder visualizar mejor las señales de los distintos EEG brindados, utilizamos la librería matplotlib en Python.

Gráfico, Gráfico de líneas

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 1: EEG de la señal 1 (fase sano).

Gráfico, Gráfico de líneas

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 2: EEG de la señal 2 (fase interictal).

Gráfico, Gráfico de barras

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 3: EEG de la señal 3 (fase convulsión).

Si bien los gráficos anteriores se muestran de manera continua, en realidad son funciones definidas en forma discreta (de cada señal disponemos 4097 lecturas).

Sabiendo que la frecuencia de muestreo es 173.61Hz y teniendo una lista/arreglo de amplitudes, sabemos que tendremos un resultado de amplitud en segundos donde cada amplitud será de 0.005. Largo de la señal es igual a 23,6(s) -> 1/frecuencia(173.61Hz) Se multiplica por la cantidad de elementos (4097) y da el resultado 23,6(s). Sano: 8-13 Hz y 13-30 Hz. Interictal: 0.5-4 Hz y 4-8 Hz. Convulsión: >30 Hz.

El código Python utilizado para graficarlas es idéntico en su estructura para las 3 señales:

Texto

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

# Implementación de un pasabajos. Selección de la frecuencia de corte.

Se eligió un filtro pasa bajos con frecuencia de corte en 40 Hz, por los siguientes motivos:

* La mayoría de las bandas relevantes para el análisis de epilepsia están por debajo de 40 Hz (Delta a Gamma).
* Por encima de 40 Hz, las señales suelen estar contaminadas con ruido muscular, artefactos eléctricos, etc.
* Esta frecuencia de corte permite preservar el contenido informativo y limpiar la señal.
* Un piso inferior a 40Hz, habría significado pérdida de información relevante a los efectos del análisis requerido.

Texto

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

# Serie discreta de Fourier y transformada discreta de Fourier

## Coeficientes de la serie discreta de Fourier

Para determinar los coeficientes de la serie discreta de Fourier, nos basamos en el libro de Oppenheim: "Señales y sistemas" - 1998 capítulo 3 sección 3.6.2.

La expresión cerrada para obtener los coeficientes de la serie discreta de Fourier es la siguiente:

[1]

[2]

Este conjunto de ecuaciones determina cómo se pueden obtener los coeficientes de la serie discreta de Fourier a partir de los datos que tenemos. Específicamente, contamos con x[n]: la señal discreta de los EEG. Sin embargo, no contamos con un período porque la señal no es periódica, por lo que vamos a considerar todo el tiempo de muestreo como nuestro período.

En la variable N guardamos la longitud del arreglo que contiene la señal1 (la cantidad de entradas o cantidad de datos dentro del archivo (serán los puntos de la función discreta); usamos l función fft.fft de la biblioteca Numpy de Python, para calcular la transformada rápida de Fourier de tiempo discreto

Nuestros datos de entrada podríamos identificarlos como el vector x[n]. La serie está representada como el producto punto entre vectores, y la exponencial compleja está definida exactamente como la expresión indicada más arriba.

El resultado serán los distintos . En total, tendremos 4097; los normalizamos dividiéndolos por 1/N y multiplicando por 2, ya que tenemos el cuenta el espectro simétrico que se espeja a la mitad de los datos.

## Transformada discreta de Fourier

Para obtener la transformada de Fourier a partir de estos coeficientes, observaremos dos ecuaciones:

* La ecuación [2], utilizada anteriormente para el cálculo de los coeficientes de la serie de Fourier.
* Nuevamente revisamos el libro Oppenheim: "Señales y sistemas" - 1998. En el capítulo 5, sección 5.1, ecuación 5.9, se define la transformada de Fourier en tiempo discreto como:

Teniendo en cuenta que plantear la sumatoria de n desde infinito negativo hasta infinito positivo es equivalente a plantear la sumatoria de K para los distintos N, notamos que si multiplicamos a [2] por N, obtenemos [3].

Es decir,

Texto

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Gráfico, Histograma

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 4: espectro de frencuencia señal 1 (sano)

Gráfico

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 5: espectro de frecuencia señal 2 (interictal).

Gráfico, Histograma

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 6: espectro de frecuencia señal 3 (convulsión).

Utilizando el proceso indicado anteriormente, y luego de analizar las gráficas, las conclusiones a las que hemos arribado, son:

Se aplicó la FFT a las señales filtradas con el pasabajos. Las diferencias esperadas y observadas son:

Señal 1 – Sano.

* Pico prominente en banda Alpha (8-13 Hz). La actividad eléctrica cerebral rítmica típica.
* Componentes de beta también presentes, que muestran un señal activa y saludable.
* Ruido bajo en frecuencias bajas, lo que indica la ausencia de componente caótico.

Señal 2 – Interictal.

* Disminución de frecuencias Alpha.
* Aumento de componentes en theta (4-8 Hz), lo que indicaría una disfunción leve.
* Menor sincronización de la actividad cerebral, manifestado en un espectro menos definido.

Señal 3 – Convulsión.

* Gran presencia en banda delta (menos a 4 Hz), denotando una actividad eléctrica cerebral lenta y caótica.
* Espectro amplio y desorganizado en dicha actividad.
* Presencia difusa de componentes en todo el rango de 0.5-30 Hz.

La gráfica obtenida después de aplicar la Transformada de Fourier, nos brinda información muy importante que en el dominio del tiempo no podemos obtener: la magnitud de la señal en las distintas frecuencias cerebrales de interés.

# 3. Potencia espectral de la señal.

El análisis de Densidad Espectral de Potencia (PSD), permite ver cómo se distribuye la potencia de una señal a través de las frecuencias. No sólo indica qué frecuencias están presentes, sino cuánta energía tiene cada una.

Por ejemplo, si una vibración tiene un pico fuerte en 30 Hz, el PSD muestra que la mayor parte de la energía está concentrada ahí, lo cual puede indicar una resonancia, una frecuencia de fallo, etc.

PSD vs. FFT

* La FFT muestra amplitudes (o magnitudes) en frecuencia.
* El PSD muestra una medida energética más robusta (usualmente en unidades como g2/Hz o V2/Hz). ¿Por qué al cuadrado? Porque la potencia o energía están relacionadas con el cuadrado de la amplitud. ¿Por qué dividido por Hz? Porque muestra cuánta energía hay en cada unidad de frecuencia, siendo útil para diagnosticar fallas en una frecuencia determinada.

La PSD confirmó lo siguiente:

* Señal 1 (“Sano”): potencia predominante en aplha y beta.
* Señal 2 (“Interictal”): mayor proporción en theta, menor en Alpha.
* Señal 3 (“Convulsión”): gran parte de la potencia en delta.

Interfaz de usuario gráfica, Texto, Aplicación, Correo electrónico

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 7: Potencia espectral de la señal 1 (sano).

Interfaz de usuario gráfica, Texto, Aplicación, Tabla

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 8: Potencia espectral de la señal 2 (interictal).

Imagen que contiene Texto

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 9: Potencia espectral de la señal 3 (convulsión).

Nuestro código:

Texto

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Texto

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

# Autocorrelacion.

La función de autocorrelación permite evaluar el grado de similitud que presenta una señal con respecto a sí misma en distintos momentos del tiempo. Este análisis es especialmente útil para estudiar la estructura temporal de las señales de EEG, ya que permite identificar la presencia de patrones periódicos o repetitivos, así como la regularidad o aleatoriedad del comportamiento neuronal subyacente.

Tras aplicar la autocorrelación a las tres señales provistas (sana, interictal y convulsiva), se observaron los siguientes comportamientos característicos:

**- Señal sana:** La función de autocorrelación muestra un patrón claramente periódico y un decaimiento lento.

Esto refleja una señal con actividad cerebral organizada y rítmica, típica de un cerebro en estado de reposo o funcionamiento normal.

La presencia de picos periódicos indica que hay una sincronía sostenida en la actividad neuronal.

**- Señal interictal:** Presenta una autocorrelación más difusa, con un decaimiento más rápido y menor presencia de picos regulares.

Esto sugiere una actividad cerebral menos sincronizada y más desorganizada, propia del estado entre crisis.

Hay cierta estructura, pero no tan marcada como en la señal sana.

**- Señal convulsiva:** La función de autocorrelación es caótica y de forma errática, sin patrones periódicos evidentes.

Refleja una señal EEG con alta irregularidad, asociada a una crisis epiléptica activa.

La rápida pérdida de correlación con el tiempo indica una actividad neuronal altamente desincronizada y abrupta.

**Interpretación General**

Este análisis permite concluir que la autocorrelación es una herramienta eficaz para evaluar el grado de organización de una señal de EEG.

Una autocorrelación con estructura clara está asociada a un cerebro sano y estable.

A medida que la señal se vuelve más irregular o caótica, como en las etapas interictal o convulsiva, la autocorrelación pierde periodicidad y decae rápidamente, indicando mayor desorganización neurológica.

Gráfico

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 8: Gráfica de la función de autocorrelación (sano).

Gráfico

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 9: Gráfica de la función de autocorrelación (interictal).

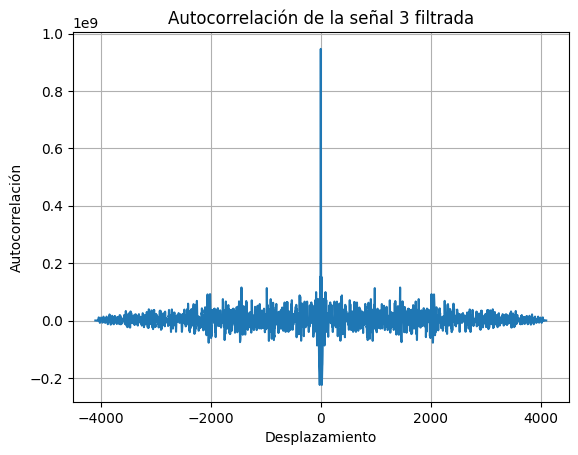


Figura 10: Gráfica de la función de autocorrelación normalizada (convulsión).

Texto

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

# 

Imagen de la pantalla de una computadora

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 11: Salida en consola de la distribución de la potencia en cada señal.

Gráfico, Gráfico de barras

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

Figura 12: Gráfica de la distribución de la potencia espectral.

# Bibliografía y sitios consultados

1. Oppenheim, A. V., & Willsky, A. S. (1998). "Señales y sistemas".
2. <https://www.paho.org/es/temas/epilepsia>
3. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4788132.pdf>
4. Silva, José y Bernd, Ed Jr. (1997), “El método Silva para mantenerse en forma”, Editorial Grijalbo.

2. ComparingSignals - MakeabilityLab.

<https://makeabilitylab.github.io/physcomp/signals/ComparingSignals/index.html>

3. Cross-correlation. En Wikipedia.

<https://en.wikipedia.org/wiki/Cross-correlation>

4. Teorema de convolución. En Wikipedia.

<https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_convoluci%C3%B3n>